

#1

16

Дана трапеция. Сумма оснований равна 13, диагонали 5 и 12.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

Источники:

Яценко 2018
Основная волна 2017

#1_ДЗ

16

Дана трапеция. Сумма оснований равна 10, диагонали 6 и 8.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

Источники:

Яценко 2018
Основная волна 2017

#2

16

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

Источники:

Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018

#3

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .
б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.



5C8C00

Источники:

FIP
Яценко 2020 (50 вар)
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Яценко 2019 (50 вар)
Яценко 2019 (14 вар)
СтатГрад 2018

#3_ДЗ

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .
б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.



00E23C

Источники:

FIP
Яценко 2020 (50 вар)
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Яценко 2019 (50 вар)
Яценко 2019 (14 вар)
СтатГрад 2018

#4

16

В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
б) Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

Источники:

Яценко 2018
Основная волна (Резерв) 2014

#5

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в три раза больше основания BC .

- а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых вдвое больше другого.
б) Найдите расстояние от вершины C до середины диагонали BD , если $AD = 15$ и $AC = 2\sqrt{61}$.



060A0A

Источники:

FIP
osBpi
Яценко 2019 (36 вар)

#5_ДЗ

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в три раза больше основания BC .

- а) Докажите, что высота BH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых вдвое больше другого.
б) Найдите расстояние от вершины B до середины диагонали AC , если $AD = 72$ и $AC = 50$.

Источники:

FIP
osBpi
Яценко 2019 (36 вар)

#6

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC .

- а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.
б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $BC = 16$ и $AB = 10$.



832C34

Источники:

FIP
osBpi

#7

16

Дана равнобедренная трапеция, в которой $AD = 3BC$, CM — высота трапеции.

- а) Докажите, что M делит AD в отношении 2:1.
б) Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD = 18$, $AC = 4\sqrt{13}$.

Источники:

Основная волна 2017

#8

16

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOC составляет 120° .

- а) Докажите, что около четырёхугольника $BDOE$ можно описать окружность.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4$, а $\angle BED = 75^\circ$.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2019

#8_ДЗ

16

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOE составляет 60° .

- а) Докажите, что около четырёхугольника $BDOE$ можно описать окружность.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 8$, а $\angle BED = 45^\circ$.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2019

#9

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ .

- а) Докажите, что угол PAC равен углу PQC .
 б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $PQ = 8$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2015

#9_ДЗ

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ .

- а) Докажите, что угол PAC равен углу PQC .
 б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $PQ = 6\sqrt{3}$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2015

#10

16

В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

- а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
 б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.



6FC99C

Источники:FIP
osfpi
Основная волна 2016

#10_ДЗ

16

В треугольнике ABC с углом A равным 60° вписана окружность, касающаяся стороны BC в точке M .

- а) Докажите, что AM не больше утроенного радиуса вписанной окружности.
 б) Найдите синус больше из углов BAM и CAM , если AM равно 2,5 радиусам вписанной окружности.

Источники:FIP
osfpi
Основная волна 2016

#11

16

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
 б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

Источники:

Основная волна 2019

#12

16

Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .
 б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

i Номер: 4383 ★

Источники:osfpi
Яшенко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна 2014
Материалы для экспертов ЕГЭ

#12_ДЗ

16

Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .
 б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 3.

i Номер: 4404 ★

Источники:osfpi
Яшенко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна 2014
Материалы для экспертов ЕГЭ

#13

16

В треугольнике ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если $R = 5$ и $CD = 15$.

Источники:Горди #16 2019
Семёнов 2015

#13_ДЗ

16

В треугольнике ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если $R = 2$ и $CD = 10$.

Источники:Горди #16 2019
Семёнов 2015

#14

16

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры NK и NM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
 б) Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.



AAF5C4

Источники:FIP
osfpi

#14_ДЗ**16**

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
 б) Найдите MK , если $AB = 13$, $AC = 24$.

Источники:

FIP
osfip

#15**16**

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
 б) Найдите BC , если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

i Номер: 4299 ★

Источники:

osfip
Яценко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2014

#15_ДЗ**16**

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
 б) Найдите BC , если $AH = 10\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

i Номер: 4320 ★

Источники:

osfip
Яценко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2014

#16**16**

В треугольнике ABC угол ABC тупой, H — точка пересечения продолжений высот, угол AHC равен 60° .

- а) Докажите, что угол ABC равен 120° .
 б) Найдите BH , если $AB = 7$, $BC = 8$.

Источники:

Досрочная волна 2018
osfip

#16_ДЗ**16**

Задание с развернутым ответом

Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H . Угол AHC равен 60° .

- а) Докажите, что угол ABC равен 120° .
 б) Найдите BH , если $AB = 6$, $BC = 10$.

i Номер: 5064 ★

Источники:

Досрочная волна 2018
osfip

#17**16**

В треугольник ABC вписана окружность радиуса 4, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 8$ и $CM = 12$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

Источники:

Семёнов 2018
Яценко 2018

#17_ДЗ**16**

В треугольник ABC вписана окружность радиуса 2, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 4$ и $CM = 6$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

Источники:

Семёнов 2018
Яценко 2018

#18**16**

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

Источники:

Семёнов 2018
Яценко 2018

#18_ДЗ**16**

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

Источники:

Семёнов 2018
Яценко 2018

#19**16**

Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H , точка Q — середина CD .

- а) Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.
 б) Найдите AD , если $\angle BAD = 60^\circ$ и $BC = 2$.

Источники:

FIP
osfip
Яценко 2018
Досрочная волна 2015



E16AF4

#19_ДЗ**16**

Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H , точка Q — середина CD .

а) Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите AD , если $\angle BAD = 67,5^\circ$ и $BC = 3$.



B81100

Источники:

ФІРІ
осФірі
Ященко 2018
Досрочная волна 2015

#20**16**

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что $MK \parallel AC$.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

Источники:

Гордин #16 2019
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

#20_ДЗ**16**

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что $MK \parallel AC$.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 13$, $BC = 5$, $AB = 12$.

Источники:

Гордин #16 2019
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

#21**16**

В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведена биссектриса AK . В треугольник ABC вписан прямоугольник $KLMN$ так, что сторона MN лежит на отрезке AC , а вершина L — на отрезке AB .

а) Докажите, что $MN = \sqrt{2}KN$.

б) Найдите площадь прямоугольника $KLMN$, если $AB = 1$.

Источники:

Гордин #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

#22**16**

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 2$.

Источники:

Гордин #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

#22_ДЗ**16**

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.

Источники:

Гордин #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

#23**16**

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Источники:

Гордин #16 2019
Ященко 2018 (30 вар)

#23_ДЗ**16**

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если средняя линия трапеции равна $2\sqrt{5}$, а $\angle AOD = 150^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Источники:

Гордин #16 2019
Ященко 2018 (30 вар)

#24**16**

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

а) Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.

б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC , до стороны BC , если $B_1C_1 = 10\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

i Номер: 4341 ★

Источники:

осФірі
Гордин #16 2019
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015

#24_ДЗ**16**

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

а) Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.

б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC , до стороны BC , если $B_1C_1 = 9\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

i Номер: 4362 ★

Источники:

осФірі
Гордин #16 2019
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015

#25

16

В треугольнике ABC проведены две высоты BM и CN , причём $AM:CM = 2:3$ и $\cos \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

- Докажите, что угол ABC тупой.
- Найдите отношение площадей треугольников BMN и ABC .

Источники:

СтатГрад 2017

#26

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны стороны и диагональ: $AB = 3, BC = CD = 5, AD = 8, AC = 7$.

- Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.
- Найдите BD .

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018

#26_ДЗ

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны стороны и диагональ: $AB = 7, BC = CD = 8, AD = 15, AC = 13$.

- Докажите, что около этого четырёхугольника можно описать окружность.
- Найдите BD .

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018

#27

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 7, BC = 24, CD = 15, AD = 20$ и $AC = 25$.

- Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ вписанный.
- Найти косинус угла между его диагоналями.

Источники:Досрочная волна (Резерв) 2018
Яценко 2018

#27_ДЗ

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 2, BC = 21, AD = 11$ и $CD = 18, AC = \sqrt{445}$.

- Доказать, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- Найти угол между его диагоналями.

Источники:Досрочная волна (Резерв) 2018
Яценко 2018

#28

16

В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , точка M — середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
- Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 3, AD = 4$.



C5C4F4

Источники:FIP
osBpi
Яценко 2018
Яценко 2018
Основная волна 2016

#28_ДЗ

16

В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , точка M — середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
- Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 5, AD = 7$.

Источники:FIP
osBpi
Яценко 2018
Яценко 2018
Основная волна 2016

#29

16

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

- Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.
- Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = \sqrt{10}$, а $BC = 2BM$.



B3890A

Источники:FIP
osBpi
Основная волна 2017

#29_ДЗ

16

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

- Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.
- Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = 6$, а $BC = 4BM$.

Источники:FIP
osBpi
Основная волна 2017

#30

16

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.



C4A623

Источники:FIP
osBpi
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Яценко 2018
Основная волна 2015

#30_ДЗ

16

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 12$.

Источники:FIP
osBpi
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Яценко 2018
Основная волна 2015

#31

16

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

- а) Докажите, что $KT \parallel DE$.
 б) Найдите угол BAD , если сторона $AD = 6$ и $KT = 3$.

Источники:Гордин #16 2019
Семёнов 2015

#31 ДЗ

16

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

- а) Докажите, что $KT \parallel DE$.
 б) Найдите угол BAD , если сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Источники:Гордин #16 2019
Семёнов 2015

#32

16

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ, \angle BCA = 45^\circ$.

- а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
 б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$.



2AE241

Источники:FIPi
osfipi
Яценко 2018
Досрочная волна 2017

#32 ДЗ

16

В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 120^\circ, \angle BCA = 45^\circ$.

- а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
 б) Найдите A_1H , если $BC = 6\sqrt{3}$.



EA7D2B

Источники:FIPi
osfipi
Яценко 2018
Досрочная волна 2017

#33

16

В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

- а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.
 б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.

Источники:Основная волна (Резерв) 2017
Основная волна 2015

#34

16

В треугольнике ABC все стороны различны. Прямая, содержащая высоту BH треугольника ABC , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке F . Отрезок BD — диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что $AD = CF$.
 б) Найдите DF , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 12, $\angle BAC = 35^\circ, \angle ACB = 65^\circ$.

Источники:

Яценко 2020 (36 вар)

#35

16

В треугольнике ABC все стороны различны. Прямая, содержащая высоту BH треугольника ABC , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке K . Отрезок BN — диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что AC и KN параллельны.
 б) Найдите расстояние от точки N до прямой AC , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен $6\sqrt{6}$, $\angle BAC = 30^\circ, \angle ABC = 105^\circ$.

Источники:

Яценко 2020 (36 вар)

#36

16

В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

- а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.
 б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13, BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{13}}{4}$.

Источники:

Только РЕШУЕГЭ

#37

16

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

- а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.
 б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM : MC = 1 : 3$.



76AFB6

Источники:FIPi
osfipi
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Яценко 2018

#38

16

Вневписанная окружность равнобедренного треугольника касается его боковой стороны.

- а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте треугольника, опущенной на основание.
 б) Известно, что радиус этой окружности в 4 раза больше радиуса вписанной окружности треугольника. В каком отношении точка касания вписанной окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

Источники:Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Гордин #16 2019
Яценко 2018 (36 вар)

#38 ДЗ**16**

Вневписанная окружность равнобедренного треугольника касается его боковой стороны.

- а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте треугольника, опущенной на основание.
 б) Известно, что радиус этой окружности в пять раз больше радиуса вписанной окружности треугольника. В каком отношении точка касания вписанной окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Гордин #16 2019
 Ященко 2018 (36 вар)

#39**16**

В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC .

- а) Докажите, что $AH = AO$.
 б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

Источники:

Основная волна 2019

#40**16**

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$. Продолжения высот треугольника ABC пересекают описанную около него окружность в точках M , N , P .

- а) Докажите, что треугольник MNP прямоугольный.
 б) Найдите площадь треугольника MNP , если известно, что $BC = 6$.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Гордин #16 2019

#40 ДЗ**16**

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$. Продолжения высот треугольника ABC пересекают описанную около него окружность в точках M , N , P .

- а) Докажите, что треугольник MNP прямоугольный.
 б) Найдите площадь треугольника MNP , если известно, что $BC = 10$.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Гордин #16 2019

#41**16**

В треугольнике ABC , в котором длина стороны AC больше длины стороны BC , вписана окружность с центром O . Точка B_1 симметрична точке B относительно CO .

- а) Докажите, что A , B , O и B_1 лежат на одной окружности.
 б) Найдите площадь четырехугольника $ABOB_1$, если $AB = 10$, $AC = 8$ и $BC = 6$.

Источники:

Основная волна (Резерв) 2017

#42**16**

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

- а) Докажите, что $AM = DM$.
 б) Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

Источники:

FIPU
 osfipi
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна 2017

#42 ДЗ**16**

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.

- а) Докажите, что $BM = CM$.
 б) Найдите угол ABC , если угол BCD равен 64° , а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD .

Источники:

FIPU
 osfipi
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна 2017

#43**16**

В треугольнике ABC известно, что $AC = 10$ и $AB = BC = 14$.

- а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне AC , пересекает окружность, вписанную в треугольник ABC .
 б) Найдите отношение длин отрезков, на которые окружность делит среднюю линию, параллельную стороне AC .

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

#43 ДЗ**16**

В треугольнике ABC известно, что $AC = 26$ и $AB = BC = 38$.

- а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне AC , пересекает окружность, вписанную в треугольник ABC .
 б) Найдите отношение длин отрезков, на которые окружность делит среднюю линию, параллельную стороне AC .

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

#44**16**

В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
 б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

Источники:

Основная волна 2016

#45**16**

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- а) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.
 б) Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 120^\circ$.

Источники:

FIPU
 osfipi
 Сергеев 2018
 Ященко 2018

#45 ДЗ**16**

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- а) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.
 б) Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 135^\circ$.

Источники:

FIPI
 osfipi
 Сергеев 2018
 Яценко 2018

#46**16**

В параллелограмм вписана окружность.

- а) Докажите, что этот параллелограмм – ромб.
 б) Окружность, касающаяся стороны ромба, делит её на отрезки, равные 3 и 2. Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами ромба.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2018 (36 вар)
 Семёнов 2015

#46 ДЗ**16**

В параллелограмм вписана окружность.

- а) Докажите, что этот параллелограмм – ромб.
 б) Окружность, касающаяся стороны ромба, делит её на отрезки, равные 4 и 3. Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами ромба.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2018 (36 вар)
 Семёнов 2015

#47**16**

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно.

Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как 11 : 17.

- а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
 б) Найдите отношение BC к AD .



A0FD25

Источники:

FIPI
 osfipi

#48**16**

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N — середины катетов AC и BC соответственно, CH — высота.

- а) Докажите, что прямые MH и NH перпендикулярны.
 б) Пусть P — точка пересечения прямых AC и NH , а Q — точка пересечения прямых BC и MH . Найдите площадь треугольника PQM , если $AN = 12$ и $BH = 3$.

Источники:

Основная волна (Резерв) 2016

#48 ДЗ**16**

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N — середины катетов AC и BC соответственно, CH — высота.

- а) Докажите, что прямые MH и NH перпендикулярны.
 б) Пусть P — точка пересечения прямых AC и NH , а Q — точка пересечения прямых BC и MH . Найдите площадь треугольника PQM , если $AN = 4$ и $BH = 2$.

Источники:

Основная волна (Резерв) 2016

#49**16**

Дан треугольник ABC . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K , лежащей на стороне BC .

- а) Докажите, что $AC^2 = BC \cdot CK$.
 б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AKC , если $\sin B = 0,6$ и сторона $AC = 24$.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2020 (10 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2019 (14 вар)

#49 ДЗ**16**

Дан треугольник ABC . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K , лежащей на стороне BC .

- а) Докажите, что $AC^2 = BC \cdot CK$.
 б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AKC , если $\sin B = \frac{\sqrt{11}}{6}$ и сторона $AC = 45$.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2020 (10 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2019 (14 вар)

#50**16**

Вершины K и L квадрата $KLMN$ с центром O лежат на стороне AB треугольника ABC , а вершины M и N — на сторонах BC и AC соответственно. Высота CH треугольника ABC проходит через точку O и пересекает отрезок MN в точке D , причём $CD = DO = OH$.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный и прямоугольный.
 б) Пусть прямая AD пересекает сторону BC в точке Q . Найдите AQ , если сторона квадрата $KL = 2$.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2020 (36 вар)
 Яценко 2020 (14 вар)
 Яценко 2020 (10 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2019 (50 вар)
 Яценко 2019 (14 вар)

#50 ДЗ**16**

Вершины K и L квадрата $KLMN$ с центром O лежат на стороне AB треугольника ABC , а вершины M и N — на сторонах BC и AC соответственно. Высота CH треугольника ABC проходит через точку O и пересекает отрезок MN в точке D , причём $CD = DO = OH$.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный и прямоугольный.
 б) Пусть прямая AD пересекает сторону BC в точке Q . Найдите AQ , если сторона квадрата $KL = 4$.

Источники:

Яценко 2020 (50 вар)
 Яценко 2020 (36 вар)
 Яценко 2020 (14 вар)
 Яценко 2020 (10 вар)
 Яценко 2019 (36 вар)
 Яценко 2019 (50 вар)
 Яценко 2019 (14 вар)

#51

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N – середины сторон AB и CD соответственно. Окружность проходит через точки B и C и пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q , отличных от концов отрезка, соответственно.

- а) Докажите, что точки M, N, P и Q лежат на одной окружности.
 б) Найдите PM , если отрезки AQ и BQ перпендикулярны, $AB = 15, BC = 1, CD = 17, AD = 9$.

Источники:

Досрочная волна 2019

#52

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN . Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
 б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите площадь четырехугольника $AMPN$, если $MN:BC = 2:5$, а $BN = 14$.

Источники:

СтатГрад 25.09.19

#52_ДЗ

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN . Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
 б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите площадь четырехугольника $AMPN$, если $MN:BC = 2:5$, а $BN = 21$.

Источники:

СтатГрад 25.09.19

#53

16

Боковые стороны AB и AC равнобедренного треугольника ABC вдвое больше основания BC . На боковых сторонах AB и AC отложены отрезки AP и CQ соответственно, равные четверти этих сторон.

- а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой PQ в отношении 1:3.
 б) Найдите длину отрезку прямой PQ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $BC = 4\sqrt{19}$.

Источники:

Основная волна 2018

#54

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 30^\circ$.



250B4D

Источники:

ФИР
 осві
 Яценко 2018
 Основная волна 2016

#54_ДЗ

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

Источники:

ФИР
 осві
 Яценко 2018
 Основная волна 2016

#55

16

В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K .

- а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
 б) Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

Источники:

Основная волна 2017

#56

16

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 15, BC = 8$. Окружность радиуса 2,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC .
 б) Найдите радиус второй окружности.

Источники:

СтатГрад 2015

#56_ДЗ

16

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 12, BC = 5$. Окружность радиуса 0,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC .
 б) Найдите радиус второй окружности.

Источники:

СтатГрад 2015

#57

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
 б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019
 Демо 2020
 Демо 2019
 Демо 2018
 Демо 2017
 Демо 2016
 Демо 2015
 Демо 2014
 Яценко 2018 (30 вар)

#57_ДЗ**16**

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
 б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 9.

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019
 Демо 2020
 Демо 2019
 Демо 2018
 Демо 2017
 Демо 2016
 Демо 2015
 Демо 2014
 Ященко 2018 (30 вар)

#58**16**

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
 б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD , если известно, что радиус первой окружности равен 4, а радиус второй окружности равен 1.

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019

#59**16**

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

- а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что

$$\frac{AP}{PD} = \sin D.$$

- б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

Источники:

FIP
 osvfi
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Ященко 2018
 Основная волна 2015

#59_ДЗ**16**

Задание с развернутым ответом

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

- а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.
 б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны 2 и 1.

Номер: 4613 ★

Источники:

FIP
 osvfi
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Ященко 2018
 Основная волна 2015

#60**16**

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
 б) Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2 , если $AC = 12$ и $BC = 5$.

Источники:

Основная волна 2017

#60_ДЗ**16**

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
 б) Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$ и $BC = 15$.

Источники:

Основная волна 2017

#61**16**

Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

- а) Докажите, что $\angle CNM = \angle ABC$.
 б) Найдите CN , если $AB = AC = 13$, $BC = 10$.

Источники:

Ященко 2020 (50 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2020 (14 вар)

#61_ДЗ**16**

Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

- а) Докажите, что $\angle CNM = \angle MBC$.
 б) Найдите CN , если $AB = AC = 15$, $BC = 18$.

Источники:

Ященко 2020 (50 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2020 (14 вар)