

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

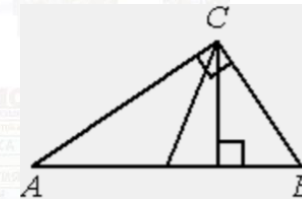
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

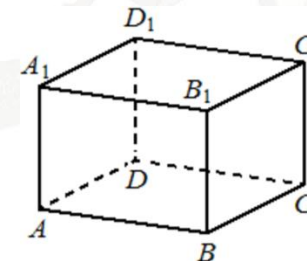
Часть 1

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны 84° и 6° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1 .



Ответ: _____.



3 В фирме такси в наличии 60 легковых автомобилей; 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на боках, остальные – жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: _____.

4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{28 - 2x} = 2.$$

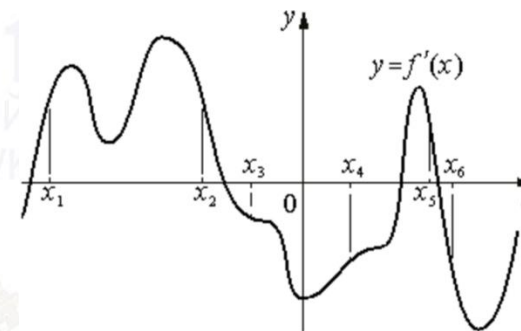
Ответ: _____.

6 Найдите

$$\operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \sin \alpha = -\frac{4\sqrt{41}}{41} \text{ и } \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$$

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

8 Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 50$ град./мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ град./мин² — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг 2500° . Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

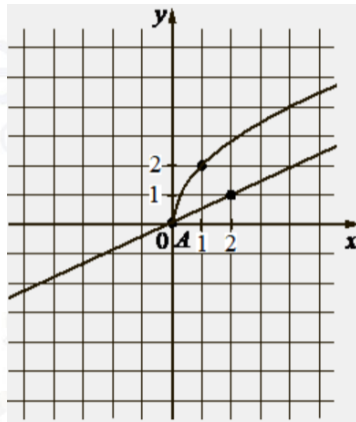
9 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____.

vk.com/ege100ballov



- 10 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 10)^2x + 7$ на отрезке $[-12; -6]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\log_5(2 - x) = \log_{25} x^4.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right].$$

- 13 Точка E лежит на высоте SO , а точка F – на боковом ребре SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$, причём $SE:EO = SF:FC = 2:1$.

- а) Докажите, что плоскость BEF пересекает ребро SD в его середине.
 б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BEF , если $AB = 8$, $SO = 14$.

- 14 Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

- 15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.



16 Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, пересекаются в точке P , причём $BC = CD$.

- а) Докажите, что $AB:BC = AP:PD$.
 б) Найдите площадь треугольника COD , где O – центр окружности, вписанной в треугольник ABD , если дополнительно известно, что BD – диаметр описанной около четырёхугольника $ABCD$ окружности, $AB = 6$, а $BC = 6\sqrt{2}$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a + 7)^2 = |x - 7 - a| + |x + a + 7|$$

имеет единственный корень.

18 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{2}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
 б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
 в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_49105931
 (также доступны другие варианты для скачивания)



















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	Более 10 лет подготовки к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 39 учеников набрали 96-100 баллов на ЕГЭ 2022 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	78	
2	30	
3	0,55	
4	0,125	
5	12	
6	0,8	
7	3	
8	25	
9	27	
10	16	
11	7	
12	а) 1, –2 б) –2	
13	$\frac{88\sqrt{2}}{3}$	
14	$(-\infty; -12] \cup \left(-\frac{35}{8}; 0\right]$	
15	11	
16	$18\sqrt{3}$	
17	{–5; –9}	
18	а) да б) 9 в) $\frac{9}{17}$	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

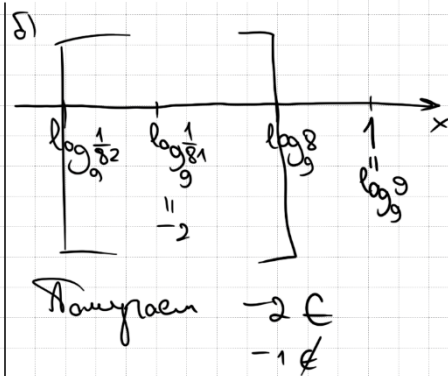


12 а) Решите уравнение

$$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8]$.

а) $\log_5(2-x) = \log_{5^2}(x^2)^2$
 $\log_5(2-x) = \log_5 x^2$
 $\begin{cases} 2-x = x^2 \\ 2-x > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 1 \\ x < 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$
 Получаем $x = 1$
 $x = -2$



Источники:
 Досрочная волна (Резерв) 2019
 Основная волна 2014

ОТВЕТ:
 а) 1, -2
 б) -2

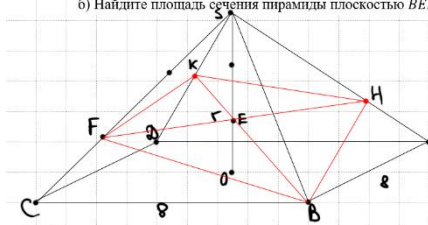
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13

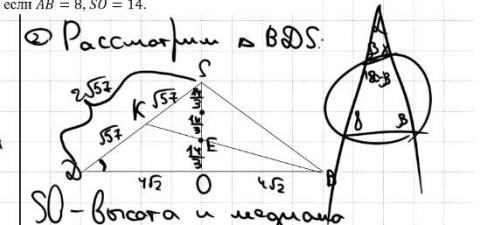
Точка E лежит на высоте SO, а точка F — на боковом ребре SC правильной четырёхугольной пирамиды SABCD, причём SE:EO = SF:FC = 2:1.

- а) Докажите, что плоскость BEF пересекает ребро SD в его середине.
 б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BEF, если AB = 8, SO = 14.

Источники:
 Досрочная волна 2021



- а) Рассмотрим сеч. $\begin{cases} 1) BF \\ 2) BE \\ BE \cap SD = K \\ 3) FE \\ FE \cap AS = H \\ 4) FK \\ 5) KH \\ 6) BH \\ FKKB - \text{сечение} \end{cases}$



- б) Рассмотрим $\triangle BDS$.
 SO — высота и медиана
 $\Rightarrow E$ — точка пересечения медиан
 $\Rightarrow BK$ — медиана
 $\Rightarrow K$ — середина SD
 5) $\triangle SEF \sim \triangle SOC$ по 2-м.
 $\Rightarrow \frac{SE}{SO} = \frac{SF}{SC} = \frac{EF}{OC}$
 $\Rightarrow FE \parallel OC$
 $\Rightarrow FK \parallel AC$
 $FK = \frac{2}{3} \cdot AC = \frac{2}{3} \cdot 8\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

ОТВЕТ: $\frac{88\sqrt{2}}{3}$

3) $\cos \angle SDB = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{57}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{57}}$
 $BK = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (8\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{57}}} = 11$
 $S = \frac{11 \cdot \frac{16\sqrt{2}}{3} \cdot 1}{2} = \frac{88\sqrt{2}}{3}$

- 2) BK — медиана
 BD — высота
 $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp FK$
 $\Rightarrow BK \perp FK$ по ГП

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1

vk.com/ege100ballov



Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

14 Решите неравенство $(x-0,5)^2 + 0,75$

Заметим, что $8x^2+7$ и x^2+x+1 при любых x

$\log_{11}(8x^2+7) - \log_{11}(x^2+x+1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$

$\log_{11} \frac{8x^2+7}{x^2+x+1} \geq \log_{11} \left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$

① $\frac{8x^2+7}{x^2+x+1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$

② $\frac{x}{x+5} + 7 > 0$

③ $\frac{8x^2+7}{x^2+x+1} \geq \frac{8x+35}{x+5}$

$8x^2+40x^2+7x+35 - 8x^2 - 8x - 35x - 35x \geq 0$

$\frac{-3x^2 - 36x}{(x^2+x+1)(x+5)} \geq 0 \quad | :(-3)$

Источники:
 ФИР (старый банк)
 ФИР (новый банк)
 Демо 2022
 Демо 2021
 Демо 2020
 Демо 2019
 Основная волна 2018

Найдём пересечение:

Ответ: $(-\infty, -12] \cup \left(-\frac{35}{8}, 0\right]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,75S$	$0,45S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Источники:
 ФИР (старый банк)
 ФИР (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2020
 СтатГрад 27.01.2022
 СтатГрад 29.01.2020
 Досрочная волна 2019
 СтатГрад 24.01.2019
 СтатГрад 26.01.2017
 Досрочная волна (Резерв) 2017
 Основная волна 2016

Пусто * июль - месяц возврата

Дата	Сумма долга
и 16	S
и 17	$1,25S$
и 17	$0,75S$
и 18	$0,75 \cdot 1,25 = 0,9375S$
и 19	$0,45S$
и 19	$0,45 \cdot 1,25 = 0,5625S$
и 19	0

Был выделен $0,55S$

Был выделен $0,475S$

Был выделен $0,55S$

$\begin{cases} \frac{55}{100} \cdot S > 5 & | : \frac{55}{100} \\ \frac{475}{1000} S > 5 & | : \frac{475}{1000} \\ \frac{5}{10} S > 5 & | : \frac{5}{10} \end{cases}$

$\begin{cases} S > \frac{5 \cdot 100}{55} \\ S > \frac{5 \cdot 1000}{475} \\ S > \frac{5 \cdot 10}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow \text{Сумма} = 11$

Ответ: 11

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



16 Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, пересекаются в точке P , причём $BC = CD$.

а) Докажите, что $AB : BC = AP : PD$.
 б) Найдите площадь треугольника COD , где O – центр окружности, вписанной в треугольник ABD , если дополнительно известно, что BD – диаметр описанной около четырёхугольника $ABCD$ окружности, $AB = 6$, а $BC = 6\sqrt{2}$.

Источники:
 ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Ященко 2020 (36 пар)
 Ященко 2019 (36 пар)
 Ященко 2018
 Основная волна 2015

а) ① $\angle ADB = \angle ACB$
 (т.к. опираются на AB)
 ② $CD = BC$
 (т.к. равные хорды стягивают равные дуги)
 $\Rightarrow \angle DAC = \angle BAC$
 (т.к. опр. на равные дуги)
 ③ $\triangle ABC \sim \triangle APD$
 по 2 углам
 $\angle DAC = \angle BAC$
 $\angle APD = \angle ACB$
 $\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AP}{PD}$
 $\frac{AB}{BC} = \frac{AP}{PD}$

б) ① AP – биссектриса $\triangle ABD$
 $\Rightarrow O$ лежит на AP
 ② $BD = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 12$
 ③ $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$ – прямоугол.
 (опр. на диаметр)
 ④ $\triangle ABD$:
 $\angle ADB = 90^\circ$
 $\angle ABD = 60^\circ$
 ⑤ $\angle ODC = 15 + 45 = 60^\circ$
 $\angle ODP + \angle CDP = 60^\circ$
 $\angle DCO = 60^\circ = \angle ABD$
 $\Rightarrow \triangle COD$ – равносторонний
 $S = \frac{\sqrt{3} \cdot (6\sqrt{2})^2}{4} = 18\sqrt{3}$

ОТВЕТ: $18\sqrt{3}$

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a+7)^2 = |x-7-a| + |x+a+7|$ имеет единственный корень.

$f(x) = x^2 + (a+7)^2 - |x-7-a| - |x+a+7| = 0$
 $f(-x) = (-x)^2 + (a+7)^2 - |-x-7-a| - |-x+a+7| = x^2 + (a+7)^2 - |x+7+a| - |x-a-7|$
 $f(-x) = f(x) \Rightarrow f(x)$ – четная

Единственный корень четной функции может иметь только если этот единств. корень $x=0$

Найдем, при каких a $x=0$ будет единственным корнем уравн.
 $0^2 + (a+7)^2 = |0-7-a| + |0+a+7|$
 $(a+7)^2 = |a+7| + |a+7| = 2|a+7|$
 $|a+7|^2 - 2|a+7| = 0$

ОТВЕТ: -5 ; -9

Если $a = -5$, то $x^2 + 4 = |x-2| + |x+2|$
 $|x-2| + |x+2| = x^2 + 4$
 Если $x < -2$, то $x^2 + 4 = -x + 2 - x - 2 = -2x - 4$
 $x^2 + 2x + 4 = 0$
 $\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$
 Если $-2 \leq x \leq 2$, то $x^2 + 4 = -x + 2 + x + 2 = 4$
 $x^2 + 4 = 4 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$
 Если $x > 2$, то $x^2 + 4 = x - 2 + x + 2 = 2x$
 $x^2 - 2x + 4 = 0$
 $\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$
 \Rightarrow при $a = -5$ будет единств. корень $x=0$

Если $a = -9$, то $x^2 + 4 = |x+2| + |x-2|$
 $x^2 + 4 = x + 2 + x - 2 = 2x$
 $x^2 - 2x + 4 = 0$
 $\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$
 \Rightarrow при $a = -9$ будет единств. корень $x=0$

Если $a = -7$, то $x^2 = 2|x|$
 $|x|^2 - 2|x| = 0$
 $|x| \cdot (|x| - 2) = 0$
 $x = 0$ $x = 2$ $x = -2$
 \Rightarrow при $a = -7$ будет 3 корня

Если $a = -9$, то $x^2 + 4 = |x+2| + |x-2|$
 $x^2 + 4 = x + 2 + x - 2 = 2x$
 $x^2 - 2x + 4 = 0$
 $\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$
 \Rightarrow при $a = -9$ будет единств. корень $x=0$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912



Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege

18 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{2}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

Источники:
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2012

В театре число мальчиков $\leq \frac{2}{11}$ посетивших театр
В кино число мальчиков $\leq \frac{2}{5}$ посетивших кино
Если 2 мальчика в театре $\frac{2}{11} < \frac{2}{5}$
 \Rightarrow Мальчиков в театре ≤ 2

Нужно максимизировать количество девочек в театре и в кино
Если 7 мальчиков в кино $\frac{7}{18} < \frac{2}{5}$
 \Rightarrow Мальчиков в кино ≤ 7

а) В группе 9 мальчиков 11 девочек
Пусть все мальчики ходят на 1 мероприятие
все девочки ходят на оба
Если 4 мальчика в театре $\frac{4}{11} > \frac{2}{11}$
Если 3 мальчика в театре $\frac{3}{11} > \frac{2}{11}$

б) 9 точно могут быть (см а)
Пусть было 10 мал. и 10 дев.

а) да
б) 9
в) $\frac{9}{17}$

Если 3 мал. в театре $\frac{3}{11} > \frac{2}{11}$
2 мал. в театре $\frac{2}{11} < \frac{2}{11}$
 \Rightarrow мальчиков в театре ≤ 2

Если 8 мал. в кино $\frac{8}{18} > \frac{2}{5}$
7 мал. в кино $\frac{7}{18} > \frac{2}{5}$
6 мал. в кино $\frac{6}{18} > \frac{2}{5}$
 \Rightarrow мальчиков в кино ≤ 6
 \Rightarrow 10 и более мальчиков быть не могут

в) $\frac{d}{m_r + m_k + d} = ? \quad | \cdot d$
 $\left(\frac{m_r}{d} + \frac{m_k}{d} + 1 \right)$ макс.
 Найти и наибольшее значение $\frac{m_r}{d}$ и $\frac{m_k}{d}$

$\frac{m_r}{m_r + d} \leq \frac{2}{11} \quad | \cdot 11(m_r + d)$
 $11m_r \leq 2m_r + 2d$
 $9m_r \leq 2d \quad | : 9d$
 $\frac{m_r}{d} \leq \frac{2}{9}$

$\frac{m_k}{m_k + d} \leq \frac{2}{5} \quad | \cdot 5(m_k + d)$
 $5m_k \leq 2m_k + 2d$
 $3m_k \leq 2d \quad | : 3d$
 $\frac{m_k}{d} \leq \frac{2}{3}$

ПОЛУЧАЕМ:
 $\frac{1}{\frac{2}{9} + \frac{2}{3} + 1} = \frac{1}{\frac{17}{9}} = \frac{9}{17}$

Пример: $m_r = 2$
 $m_k = 6$
 $d = 9$



Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте b ; – пример в пункте b , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

