

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

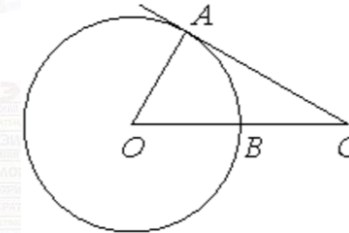
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

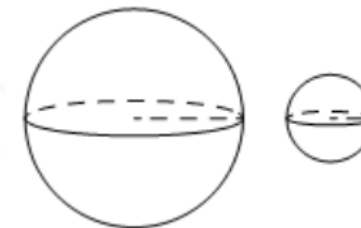
Часть 1

- 1** Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** Дано два шара. Радиус первого шара в 13 раз больше радиуса второго. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?



Ответ: _____.



- 3 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

- 4 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}.$$

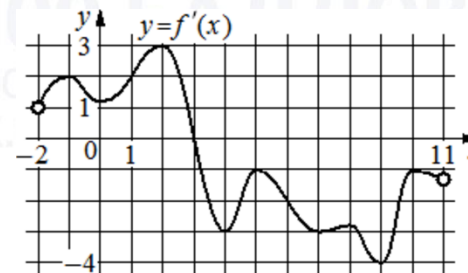
Ответ: _____.

- 6 Найдите

$$\operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

Ответ: _____.

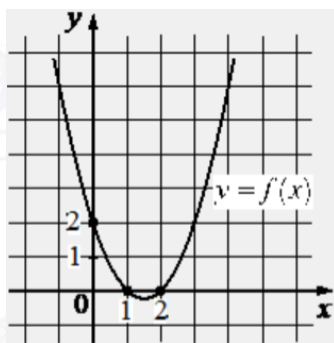
- 9 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

vk.com/ege100ballov



- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right].$$

- 13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14 Решите неравенство

$$\frac{4x^2+x-4 - 0,5^{2x^2-2x-1}}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0.$$

- 15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?



16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
 б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1$, $a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_49105931
 (также доступны другие варианты для скачивания)



















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	Более 10 лет подготовки к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 39 учеников набрали 96-100 баллов на ЕГЭ 2022 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	63	
2	2197	
3	0,2	
4	0,1	
5	-17	
6	-0,4	
7	3	
8	0,4	
9	14	
10	12	
11	22	
12	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in Z$ б) $\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}$	
13	3,75	
14	$(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$	
15	800 тыс.	
16	3,75	
17	$(-\infty; -9) \cup (-9; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; +\infty)$	
18	а) например, 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7 ... 235 б) нет в) 23	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

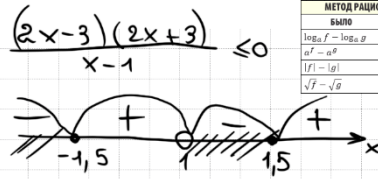


14 Решите неравенство $4x^2+x-4 - 0,52x^2-2x-1 \leq 0$.

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019	
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
было	стало
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f - g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

$$\frac{(2^{2x^2+x-4})}{5^{-1} \cdot 5^x} - \frac{(2^{-1})^{2x^2-2x-1}}{5^0} \leq 0$$



$$\frac{2^{2x^2+2x-8}}{5^{x-1}} - \frac{2^{-2x^2+2x+1}}{5^0} \leq 0$$

$$\frac{(2^{-1})^{(2x^2+2x-8 + 2x^2-2x-1)}}{(5^{-1}) \cdot (x-1-0)} \leq 0$$

$$\frac{4x^2-9}{x-1} \leq 0$$

ОТВЕТ: $(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

Источники:

Основная волна 2022

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июню 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Лето - март - месяц платежа
Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?

Дата	Сумма долга	Вычисления
и 26	S	$1,3^3 \cdot S = 860,6 + 300 \cdot 1,69 + 300 \cdot 1,3$
и 27	1,3S	$S \cdot 2,197 = 860,6 + 2,99 \cdot 300$
и 27	1,3S - 300	$S \cdot 2,197 = 860,6 + 897$
и 28	1,3^2 S - 300 \cdot 1,3	$S \cdot 2,197 = 1757,6$
и 28	1,3^2 S - 300 \cdot 1,3 - 300	$S = 800$ тыс
и 29	1,3^3 S - 300 \cdot 1,3^2 - 300 \cdot 1,3	
и 29	платёж = 0	

ОТВЕТ: 800 тыс

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

vk.com/ege100ballov



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912



16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

Источники: Основная волна 2019

а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
 б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

а) $\angle ACP = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ$
 $\angle ACQ = \frac{1}{2} \angle MNC = 45^\circ$
 $\angle QCP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$
 $\Rightarrow PC \perp CQ$

б) $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2}$
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot PC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{4} PC$
 $S_{BPC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{4} PC$
 $\frac{15}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{4} PC$
 $PC = \frac{15}{\sqrt{2}} = QC$ (т.к. $\triangle NMC = \triangle ABC$)

ОТВЕТ: 3,75

17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$ имеет ровно два различных решения.

Источники: Основная волна 2019

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (3x - a)(3x + a) = 0 \\ 3x \neq 9 + 2a \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{a}{3} \\ x = -\frac{a}{3} \\ x \neq 3 + \frac{2}{3}a \end{cases}$

x_1 не должен быть равен $3 + \frac{2}{3}a$
 $\frac{a}{3} \neq 3 + \frac{2}{3}a$
 $\frac{a}{3} \neq -3$
 $a \neq -9$

x_2 не должен быть равен $3 + \frac{2}{3}a$
 $-\frac{a}{3} \neq 3 + \frac{2}{3}a$
 $a \neq -3$

x_1 и x_2 должны быть разными
 $\frac{a}{3} \neq -\frac{a}{3}$
 $\frac{2a}{3} \neq 0$
 $a \neq 0$

ОТВЕТ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$ имеет ровно два различных решения.

Источники: Основная волна 2019

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (3x - a)(3x + a) = 0 \\ 2a \neq 3x - 9 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3x \\ x = -3x \\ a \neq \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \end{cases}$

$a = 3x$
 $x = -3x$
 $a \neq \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$

$a = 3x$
 $x = -3x$
 $a \neq \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$

ОТВЕТ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

Содержание критерия

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18 В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1, a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

Источники:
 ЕПР (старый банк)
 ЕПР (новый банк)
 Янвекто 2018

а) Приведите пример такой последовательности.
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

а) $1, 2, 3, 0, 5, -2, 7, 9, 11, \dots, 235$

Если сумму соседних фазы 3, 5, 3, 5 и т.д. числа на четных позициях увеличив на 2 и так мы дойдем до 235.

б) $1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235$

в) $1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235$

Если $n = 23$

Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте $в$; – пример в пункте $в$, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:
 1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

