

#1

16

Дана трапеция. Сумма оснований равна 13, диагонали 5 и 12.

- Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- Найдите высоту трапеции.

Ответ: $\frac{60}{13}$.

#1_дз

16

Дана трапеция. Сумма оснований равна 10, диагонали 6 и 8.

- Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- Найдите высоту трапеции.

Ответ: 4,8.

#2

16

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- Докажите, что $AB = CD$.
- Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

Ответ: 8.

#3

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .
- Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.



5CBC00

Ответ: 5.

#3_дз

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .
- Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.



00E23C

Ответ: 8.

#4

16

В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
- Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP:PN$.

$$\frac{AP}{PN} = \frac{3}{1}$$

Источники:

Ященко 2018
Основная волна 2017

Источники:

Ященко 2018
Основная волна 2017

Источники:

Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018

Источники:

FIP
Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2020 (36 вариантов)
Ященко 2019 (36 вариантов)
Ященко 2019 (50 вариантов)
Ященко 2019 (14 вариантов)
СтатГрад 2018

Источники:

FIP
Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2020 (36 вариантов)
Ященко 2019 (36 вариантов)
Ященко 2019 (50 вариантов)
Ященко 2019 (14 вариантов)
СтатГрад 2018

Источники:

Ященко 2018
Основная волна (Резерв) 2014

#5

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в три раза больше основания BC .

- Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых вдвое больше другого.
- Найдите расстояние от вершины C до середины диагонали BD , если $AD = 15$ и $AC = 2\sqrt{61}$.



060AOA

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2019 (36 вар)

#5 дз

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в три раза больше основания BC .

- Докажите, что высота BH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых вдвое больше другого.
- Найдите расстояние от вершины B до середины диагонали AC , если $AD = 72$ и $AC = 50$.

Ответ: 6.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2019 (36 вар)

#6

16

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC .

- Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.
- Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $BC = 16$ и $AB = 10$.



832C34

Ответ: 7.

Источники:

FIPPI
osfipi

#7

16

Дана равнобедренная трапеция, в которой $AD = 3BC$, CM — высота трапеции.

- Докажите, что M делит AD в отношении 2:1.
- Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD = 18$, $AC = 4\sqrt{13}$.

Ответ: 4.

Источники:

Основная волна 2017

#8

16

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOC составляет 120° .

- Докажите, что около четырёхугольника $BDOE$ можно описать окружность.
- Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4$, а $\angle BED = 75^\circ$.

Ответ: 253.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2019

#8 дз

16

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOE составляет 60° .

- Докажите, что около четырёхугольника $BDOE$ можно описать окружность.
- Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 8$, а $\angle BED = 45^\circ$.

Ответ: 853.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2019

#9

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ .

- Докажите, что угол PAC равен углу PQC .
- Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $PQ = 8$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

Ответ: $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

Источники:

Пробный ЕГЭ 2015

#9_дз

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ .

- Докажите, что угол PAC равен углу PQC .
- Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $PQ = 6\sqrt{3}$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

Ответ: 12.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2015

#10

16

В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

- Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
- Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.



6FC99C

Источники:

FIFI
osfipi
Основная волна 2016

#10_дз

16

В треугольнике ABC с углом A равным 60° вписана окружность, касающаяся стороны BC в точке M .

- Докажите, что AM не больше утроенного радиуса вписанной окружности.
- Найдите синус больше из углов BAM и CAM , если AM равно 2,5 радиусам вписанной окружности.

Ответ: $\frac{37+3\sqrt{7}}{80}$.

Источники:

FIFI
osfipi
Основная волна 2016

#11

16

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
- Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

Ответ: $\frac{15}{4}$.

Источники:

Основная волна 2019

#12

16

Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

- Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .
- Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

Номер: 4383

Ответ: $\frac{9}{55}$.

Источники:

osfipi
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна 2014
Материалы для экспертов ЕГЭ

#12_дз

16

Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно.

- Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .
- Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 3.

Номер: 4404

Ответ: $\frac{1}{8}$.

Источники:

osfipi
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна 2014
Материалы для экспертов ЕГЭ

#13

16

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если $R = 5$ и $CD = 15$.

Ответ: 40

#13_дз

16

В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если $R = 2$ и $CD = 10$.

Ответ: $\frac{54}{13}$

#14

16

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- Докажите, что отрезки AM и MK равны.
- Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.



Ответ: $2,88$

AAF5C4

Источники:FIFI
osfipi

#14_дз

16

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- Докажите, что отрезки AM и MK равны.
- Найдите MK , если $AB = 13$, $AC = 24$.

Ответ: $\frac{600}{169}$

Источники:FIFI
osfipi

#15

16

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
- Найдите BC , если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

i Номер: 4299 ★

Ответ: 24

Источники:osfipi
Ященко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2014

#15_дз

16

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
- Найдите BC , если $AH = 10\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

i Номер: 4320 ★

Ответ: 10

Источники:osfipi
Ященко 2018
Семёнов 2015
Основная волна 2014

#16

16

В треугольнике ABC угол ABC тупой, H – точка пересечения продолжений высот, угол AHC равен 60° .

- Докажите, что угол ABC равен 120° .
- Найдите BH , если $AB = 7$, $BC = 8$.

Ответ: $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

Источники:Досрочная волна 2018
osfipi

#16_ДЗ

16

Задание с развернутым ответом

Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H . Угол AHC равен 60° .

- Докажите, что угол ABC равен 120° .
- Найдите BH , если $AB = 6$, $BC = 10$.

i Номер: 5064 ★

Ответ: $\frac{14\sqrt{3}}{3}$

Источники:Досрочная волна 2018
osfipi

#17

16В треугольник ABC вписана окружность радиуса 4, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 8$ и $CM = 12$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

Ответ: 25

Источники:Семёнов 2018
Ященко 2018

#17_ДЗ

16В треугольник ABC вписана окружность радиуса 2, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 4$ и $CM = 6$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

Ответ: $\sqrt{5}$

Источники:Семёнов 2018
Ященко 2018

#18

16В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

Ответ: $\sqrt{65}$

Источники:Семёнов 2018
Ященко 2018

#18_ДЗ

16В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

Ответ: $\sqrt{5}$

Источники:Семёнов 2018
Ященко 2018

#19

16

Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H , точка Q — середина CD .

- Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.
- Найдите AD , если $\angle BAD = 60^\circ$ и $BC = 2$.



E16AF4

Источники:FIFI
osfipi
Ященко 2018
Досрочная волна 2015

Ответ: $14 + 8\sqrt{3}$

#19_дз

16

Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H , точка Q — середина CD .

- Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.
- Найдите AD , если $\angle BAD = 67,5^\circ$ и $BC = 3$.



B81100

Источники:

FPI
osfpi
Ященко 2018
Досрочная волна 2015

#20

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

- Докажите, что $MK \parallel AC$.
- Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

Ответ: 2,4.

#20_дз

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

- Докажите, что $MK \parallel AC$.
- Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 13$, $BC = 5$, $AB = 12$.

Ответ: 30
13.

Источники:

Гордик #16 2019
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

Источники:

Гордик #16 2019
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

#21

16

В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведена биссектриса AK . В треугольник ABC вписан прямоугольник $KLMN$ так, что сторона MN лежит на отрезке AC , а вершина L — на отрезке AB .

- Докажите, что $MN = \sqrt{2}KN$.
- Найдите площадь прямоугольника $KLMN$, если $AB = 1$.

Ответ: $3\sqrt{2} - 4$

#22

16

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

- Докажите, что $FH = 2DH$.
- Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 2$.

Ответ: $6 - 3\sqrt{3}$.

Источники:

Гордик #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

Источники:

Гордик #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

#22_дз

16

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

- Докажите, что $FH = 2DH$.
- Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.

Ответ: $24 - 12\sqrt{3}$.

#23

16

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

- Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .
- Найдите диагональ AC , если средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Ответ: 7

Источники:

Гордик #16 2019
Досрочная волна (Резерв) 2014

Источники:

Гордик #16 2019
Ященко 2018 (30 вар)

#23_дз

16

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH – высота трапеции.

- Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .
- Найдите диагональ AC , если средняя линия трапеции равна $2\sqrt{5}$, а $\angle AOD = 150^\circ$, где O – центр окружности, вписанной в трапецию, а AD – большее основание.

Ответ: 5.

#24

16

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.
- Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC , до стороны BC , если $B_1C_1 = 10\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

Номер: 4341 ★

Ответ: 10.

#24_дз

16

Задание с развернутым ответом

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.
- Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC , до стороны BC , если $B_1C_1 = 9\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

Номер: 4362 ★

Ответ: $9\sqrt{3}$.

#25

16

В треугольнике ABC проведены две высоты BM и CN , причём $AM:CM = 2:3$ и $\cos \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

- Докажите, что угол ABC тупой.
- Найдите отношение площадей треугольников BMN и ABC .

Ответ: $\frac{2}{5}$.

#26

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны стороны и диагональ: $AB = 3$, $BC = CD = 5$, $AD = 8$, $AC = 7$.

- Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.
- Найдите BD .

Ответ: $\frac{55}{7}$.

#26_дз

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны стороны и диагональ: $AB = 7$, $BC = CD = 8$, $AD = 15$, $AC = 13$.

- Докажите, что около этого четырёхугольника можно описать окружность.
- Найдите BD .

Ответ: $\frac{176}{13}$.

#27

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 7$, $BC = 24$, $CD = 15$, $AD = 20$ и $AC = 25$.

- Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ вписанный.
- Найти косинус угла между его диагоналями.

Ответ: 0,6.

Источники:

Гордин #16 2019
Ященко 2018 (30 вар)

Источники:

osfipi
Гордин #16 2019
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015

Источники:

osfipi
Гордин #16 2019
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015

Источники:

СтатГрад 2017

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018
Ященко 2018

#27_дз

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 2$, $BC = 21$, $AD = 11$ и $CD = 18$, $AC = \sqrt{445}$.

- Доказать, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- Найти угол между его диагоналями.

Ответ: $\arcsin \frac{80}{89}$

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2018
Ященко 2018

#28

16

В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , точка M — середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
- Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 3$, $AD = 4$.



C5C4F4

Ответ: $\frac{2}{9}$.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2018
Ященко 2018
Основная волна 2016

#28_дз

16

В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , точка M — середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
- Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 5$, $AD = 7$.

Ответ: $\frac{7}{31}$.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2018
Ященко 2018
Основная волна 2016

#29

16

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

- Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.
- Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = \sqrt{10}$, а $BC = 2BM$.



B3890A

Ответ: $3\sqrt{2}$.

Источники:

FIPPI
osfipi
Основная волна 2017

#29_дз

16

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

- Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.
- Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = 6$, а $BC = 4BM$.

Ответ: 20.

Источники:

FIPPI
osfipi
Основная волна 2017

#30

16

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.



C4A623

Ответ: 10.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2015

#30_ДЗ**16**

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- Пусть L – точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 12$.

Ответ: $\sqrt{5}$!

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2015

#31**16**

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

- Докажите, что $KT \parallel DE$.
- Найдите угол BAD , если сторона $AD = 6$ и $KT = 3$.

Ответ: 60°

Источники:

Гордин #16 2019
Семёнов 2015

#31_ДЗ**16**

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

- Докажите, что $KT \parallel DE$.
- Найдите угол BAD , если сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Ответ: 60°

Источники:

Гордин #16 2019
Семёнов 2015

#32**16**

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

- Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.

б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$



2AE241

Ответ: 1.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2018
Досрочная волна 2017

#32_ДЗ**16**

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 120^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

- Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.

б) Найдите A_1H , если $BC = 6\sqrt{3}$.



EA7D2B

Ответ: 3.

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2018
Досрочная волна 2017

#33**16**

В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

- Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.
- Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.

Ответ: 35

Источники:

Основная волна (Резерв) 2017
Основная волна 2015

#34**16**

В треугольнике ABC все стороны различны. Прямая, содержащая высоту BH треугольника ABC , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке F . Отрезок BD — диаметр этой окружности.

- Докажите, что $AD = CF$.
- Найдите DF , если радиус описанной окружности ABC окружности равен 12, $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle ACB = 65^\circ$.

Ответ: 12

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

#35

16

В треугольнике ABC все стороны различны. Прямая, содержащая высоту BH треугольника ABC , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке K . Отрезок BN – диаметр этой окружности.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

а) Докажите, что AC и KN параллельны.б) Найдите расстояние от точки N до прямой AC , если радиус описанной окружности треугольника ABC равен $6\sqrt{6}$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ABC = 105^\circ$.

Ответ: 18.

#36

16

В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

Источники:

Только РЕШУГЭ

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13$, $BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{13}}{4}$.Ответ: $\frac{105}{4}\sqrt{3}$.

#37

16

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

Источники:

FPI

osfipi

Ященко 2020 (36 вар)

Ященко 2019 (36 вар)

Ященко 2018

а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM : MC = 1 : 3$.

76AFB6

Ответ: 7.

#38

16

Внеписанная окружность равнобедренного треугольника касается его боковой стороны.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

Ященко 2019 (36 вар)

Гордун #16 2019

Ященко 2018 (36 вар)

а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте треугольника, опущенной на основание.

б) Известно, что радиус этой окружности в 4 раза больше радиуса вписанной окружности треугольника. В каком отношении точка касания вписанной окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

Ответ: 2 : 1

#38_дз

16

Внеписанная окружность равнобедренного треугольника касается его боковой стороны.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

Ященко 2019 (36 вар)

Гордун #16 2019

Ященко 2018 (36 вар)

а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте треугольника, опущенной на основание.

б) Известно, что радиус этой окружности в пять раз больше радиуса вписанной окружности треугольника. В каком отношении точка касания вписанной окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

Ответ: 3 : 1

#39

16

В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC .

Источники:

Основная волна 2019

а) Докажите, что $AH = AO$.б) Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

Ответ: 9

#40

16

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$. Продолжения высот треугольника ABC пересекают описанную около него окружность в точках M , N , P .

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

Ященко 2019 (36 вар)

Гордун #16 2019

а) Докажите, что треугольник MNP прямоугольный.б) Найдите площадь треугольника MNP , если известно, что $BC = 6$.Ответ: $6\sqrt{3}$.

#40_дз**16**

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$. Продолжения высот треугольника ABC пересекают описанную около него окружность в точках M, N, P .

- Докажите, что треугольник MNP прямоугольный.
- Найдите площадь треугольника MNP , если известно, что $BC = 10$.

$$S_{MNP} = \frac{10 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{50}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

#41**16**

В треугольнике ABC , в котором длина стороны AC больше длины стороны BC , вписана окружность с центром O . Точка B_1 симметрична точке B относительно CO .

- Докажите, что A, B, O и B_1 лежат на одной окружности.
- Найдите площадь четырёхугольника $ABOB_1$, если $AB = 10$, $AC = 8$ и $BC = 6$.

Ответ: 12.

#42**16**

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

- Докажите, что $AM = DM$.
- Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .

4E19FD

Ответ: 65.

#42_дз**16**

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.

- Докажите, что $BM = CM$.
- Найдите угол ABC , если угол BCD равен 64° , а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD .

Ответ: 71° .

#43**16**

В треугольнике ABC известно, что $AC = 10$ и $AB = BC = 14$.

- Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне AC , пересекает окружность, вписанную в треугольник ABC .
- Найдите отношение длин отрезков, на которые окружность делит среднюю линию, параллельную стороне AC .

Ответ: $1:3:1$.

#43_дз**16**

В треугольнике ABC известно, что $AC = 26$ и $AB = BC = 38$.

- Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне AC , пересекает окружность, вписанную в треугольник ABC .
- Найдите отношение длин отрезков, на которые окружность делит среднюю линию, параллельную стороне AC .

Ответ: $4:5:4$.

#44**16**

В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
- Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

Ответ: $\frac{36}{25}$.

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Гордин #16 2019

Источники:

Основная волна (Резерв) 2017

Источники:

FIFI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

Источники:

FIFI
osfipi
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)

Источники:

Основная волна 2016

#45

16

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- Докажите, что прямые BH и ED параллельны.
- Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 120^\circ$.



BD119B

Источники:

FIPPI
osfipi
Сергеев 2018
Ященко 2018

#45_дз

16

В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- Докажите, что прямые BH и ED параллельны.
- Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 135^\circ$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

Источники:

FIPPI
osfipi
Сергеев 2018
Ященко 2018

#46

16

В параллелограмм вписана окружность.

- Докажите, что этот параллелограмм – ромб.
- Окружность, касающаяся стороны ромба, делит её на отрезки, равные 3 и 2. Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами ромба.

$-\frac{24}{5}\sqrt{6}$

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2019 (36 вариантов)
Ященко 2018 (36 вариантов)
Семёнов 2015

#46_дз

16

В параллелограмм вписана окружность.

- Докажите, что этот параллелограмм – ромб.
- Окружность, касающаяся стороны ромба, делит её на отрезки, равные 4 и 3. Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами ромба.

$\frac{96\sqrt{3}}{7}$

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2019 (36 вариантов)
Ященко 2018 (36 вариантов)
Семёнов 2015

#47

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, L, M и N – середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно.

Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как $11 : 17$.

- Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
- Найдите отношение BC к AD .



A0FD25

Источники:

FIPPI
osfipi

#48

16

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N – середины катетов AC и BC соответственно, CH – высота.

- Докажите, что прямые MN и NH перпендикулярны.
- Пусть P – точка пересечения прямых AC и NH , а Q – точка пересечения прямых BC и MN . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 12$ и $BH = 3$.

Ответ: 50

Источники:

Основная волна (Резерв) 2016

#48_ДЗ**16**

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N – середины катетов AC и BC соответственно, CH – высота.

- Докажите, что прямые MH и NH перпендикулярны.
- Пусть P – точка пересечения прямых AC и NH , а Q – точка пересечения прямых BC и MH . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 4$ и $BH = 2$.

Ответ: 1852

Источники:

Основная волна (Резерв) 2016

#49**16**

Дан треугольник ABC . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K , лежащей на стороне BC .

- Докажите, что $AC^2 = BC \cdot CK$.
- Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AKC , если $\sin B = 0,6$ и сторона $AC = 24$.

Ответ: 5,4

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)

Ященко 2020 (10 вариантов)

Ященко 2019 (36 вариантов)

Ященко 2019 (14 вариантов)

#49_ДЗ**16**

Дан треугольник ABC . Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекается с биссектрисой угла BAC в точке K , лежащей на стороне BC .

- Докажите, что $AC^2 = BC \cdot CK$.
- Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AKC , если $\sin B = \frac{\sqrt{11}}{6}$ и сторона $AC = 45$.

Ответ: 3\sqrt{11}!

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)

Ященко 2020 (10 вариантов)

Ященко 2019 (36 вариантов)

Ященко 2019 (14 вариантов)

#50**16**

Вершины K и L квадрата $KLMN$ с центром O лежат на стороне AB треугольника ABC , а вершины M и N – на сторонах BC и AC соответственно. Высота CH треугольника ABC проходит через точку O и пересекает отрезок MN в точке D , причём $CD = DO = OH$.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный и прямоугольный.
- Пусть прямая AD пересекает сторону BC в точке Q . Найдите AQ , если сторона квадрата $KL = 2$.

Ответ: \frac{6}{5}\sqrt{13}

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)

Ященко 2020 (36 вариантов)

Ященко 2020 (14 вариантов)

Ященко 2020 (10 вариантов)

Ященко 2019 (36 вариантов)

Ященко 2019 (50 вариантов)

Ященко 2019 (14 вариантов)

#50_ДЗ**16**

Вершины K и L квадрата $KLMN$ с центром O лежат на стороне AB треугольника ABC , а вершины M и N – на сторонах BC и AC соответственно. Высота CH треугольника ABC проходит через точку O и пересекает отрезок MN в точке D , причём $CD = DO = OH$.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный и прямоугольный.
- Пусть прямая AD пересекает сторону BC в точке Q . Найдите AQ , если сторона квадрата $KL = 4$.

Ответ: \frac{12}{5}\sqrt{13}

Источники:

Ященко 2020 (50 вариантов)

Ященко 2020 (36 вариантов)

Ященко 2020 (14 вариантов)

Ященко 2020 (10 вариантов)

Ященко 2019 (36 вариантов)

Ященко 2019 (50 вариантов)

Ященко 2019 (14 вариантов)

#51**16**

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N – середины сторон AB и CD соответственно. Окружность проходит через точки B и C и пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q , отличных от концов отрезка, соответственно.

- Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.
- Найдите PM , если отрезки AQ и BQ перпендикулярны, $AB = 15$, $BC = 1$, $CD = 17$, $AD = 9$.

Ответ: \frac{3}{2}\sqrt{21}

Источники:

Досрочная волна 2019

#52**16**

В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN . Оказалось, что точки B , C , M и N лежат на одной окружности.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC = 2:5$, а $BN = 14$.

Ответ: \frac{70}{3}\sqrt{3}

Источники:

СтатГрад 25.09.19

#52_дз

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN . Оказалось, что точки B , C , M и N лежат на одной окружности.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC = 2:5$, а $BN = 21$.

Ответ:

$$\frac{105\pi}{2}$$

Источники:

СтатГрад 25.09.19

#53

16

Боковые стороны AB и AC равнобедренного треугольника ABC вдвое больше основания BC . На боковых сторонах AB и AC отложены отрезки AP и CQ соответственно, равные четверти этих сторон.

- Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой PQ в отношении $1:3$.
- Найдите длину отрезку прямой PQ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $BC = 4\sqrt{19}$.

Ответ: 3

#54

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
- Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 30^\circ$.



250B4D

Источники:

FIPPI
osfipi
Ященко 2018
Основная волна 2016

Ответ: $\frac{3}{4}$

#54_дз

16

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
- Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

Ответ: 1 : 2

#55

16

В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K .

- Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
- Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

Ответ: 30

#56

16

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 15$, $BC = 8$. Окружность радиуса 2,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC .
- Найдите радиус второй окружности.

Ответ: 2,5

Источники:

Основная волна 2017

#56_дз

16

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 12$, $BC = 5$. Окружность радиуса 0,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC .
- Найдите радиус второй окружности.

Ответ: 2

Источники:

СтатГрад 2015

#57

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
- Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ: 3,2

#57_дз

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
- Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 9.

Ответ: $\frac{432}{13}$

#58

16

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй – в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
- Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD , если известно, что радиус первой окружности равен 4, а радиус второй окружности равен 1.

Ответ: 565

#59

16

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

- Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

- Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.



999FC4

Ответ: $\frac{116}{3}$

#59_дз

16

Задание с развернутым ответом

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

- Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.
- Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны 2 и 1.

i Номер: 4613 ★

80 + 5452
7

#60

16

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

- Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
- Найдите площадь четырехугольника MO_1NO_2 , если $AC = 12$ и $BC = 5$.

Ответ: $\frac{238}{169}$

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019
Демо 2020
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Демо 2016
Демо 2015
Демо 2014
Ященко 2018 (30 вар)

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019
Демо 2020
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Демо 2016
Демо 2015
Демо 2014
Ященко 2018 (30 вар)

Источники:

Досрочная волна (Резерв) 2019

Источники:

FIPR
osipri
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2015

Источники:

FIPR
osipri
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018
Основная волна 2015

Источники:

Основная волна 2017

#60_ДЗ**16**

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

Источники:
Основная волна 2017

- Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
- Найдите площадь четырехугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$ и $BC = 15$.

Ответ: 3,5.

#61**16**

Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

Источники:
Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2020 (36 вариантов)
Ященко 2020 (14 вариантов)

- Докажите, что $2\angle CNM = \angle ABC$.
- Найдите CN , если $AB = AC = 13$, $BC = 10$.

Ответ: $6\sqrt{3}$.

#61_ДЗ**16**

Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

Источники:
Ященко 2020 (50 вариантов)
Ященко 2020 (36 вариантов)
Ященко 2020 (14 вариантов)

- Докажите, что $\angle CNM = \angle MBC$.
- Найдите CN , если $AB = AC = 15$, $BC = 18$.

Ответ: $12\sqrt{5}$.